

# OPTIMIZACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL DE REDES DE TRANSPORTE HIDRÁULICO

Carlos Aliaga<sup>1</sup>, Robert Griño<sup>2</sup> y Marc Barracó<sup>1</sup>

**RESUMEN:** El presente artículo presenta una metodología de optimización de las estrategias de mando en redes de transporte hidráulico. Concretamente, el método consiste en la expansión temporal del problema de optimización con restricciones dinámicas, las dadas por la dinámica de la red de transporte, afín de obtener un problema de programación matemática estándar que puede ser resuelto usando paquetes de software comerciales. Cabe destacar: la eficiencia de cómputo del método presentado, la posibilidad de incorporar nodos en los esquemas de red que se consideran, el tratamiento de los niveles máximo y mínimo de los depósitos como restricciones duras, la posibilidad de fijar los valores de variables del sistema en periodos de tiempo concretos y la posibilidad de tratar modelos no lineales de la dinámica de la red. El método se aplica al caso concreto de la red de transporte hidráulico desde la estación potabilizadora de Abrera a los municipios de Sabadell y Terrassa en la provincia de Barcelona.

## INTRODUCCIÓN

Un sistema de abastecimiento hidráulico abierto puede caracterizarse, en términos generales, como un sistema formado por unos puntos de generación o adaptación de recursos (potabilización), transporte de recursos (redes de transporte y distribución) y puntos de consumo de los recursos.

Desde una óptica global, el criterio de optimización del sistema hidráulico pasa por optimizar todos y cada uno de los puntos, iniciándose en la optimización del consumo, seguido de la optimización del transporte y, finalmente, la optimización de la adaptación o generación.



Figura 1. Optimización de sistema hidráulico abierto

Respecto a la optimización del transporte cabe decir que se subdivide en dos tipos de optimización, a saber: la optimización de la configuración de la red y la optimización del control de la red. La optimización de la configuración de la red permitirá obtener un diseño de red, tanto topológico como de características, cuyos costes de construcción sean mínimos, mientras que, la optimización del control de la red permitirá establecer un

conjunto de estrategias que minimicen el coste de explotación y, en concreto, el coste energético variable en término de energía.

Los costes energéticos de bombeo de un sistema hidráulico, conforman una gran parte de los costes generales de la explotación de éste. La reducción de dichos costes y la garantía de suministro es el objetivo fundamental de un proyecto de optimización.

El estudio de la optimización de sistemas hidráulicos (Jowitt y Xu, 1990; Jowitt y Germanopoulos, 1992; Lansley y Mays, 1989) tiene como objetivo determinar el estado de los elementos de control presentes en la red, estaciones de bombeo y válvulas reguladoras de caudal, de tal forma que atiendan a cierta demanda hidráulica con un coste mínimo.

El objetivo del presente trabajo es la determinación de las estrategias de control óptimas de las estaciones de bombeo y válvulas reguladoras de caudal, presentes en la red hidráulica de transporte desde la estación potabilizadora de Abrera a los municipios de Sabadell y Terrassa, bajo una demanda temporal conocida en un horizonte de 24 h.

Para alcanzar el objetivo establecido se desarrolla una metodología de carácter práctico que permite determinar los parámetros de los elementos de control. El método consiste, básicamente, en formular el problema de optimización de estrategias de control de la red como un problema de transporte dinámico con restricciones.

<sup>1</sup> Departamento de Mecánica de Fluidos

<sup>2</sup> Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales

E.T.S. Ingenieros Industriales de Barcelona. Universidad Politécnica de Catalunya. Diagonal, 647; 08028 - Barcelona  
e-mail:grino@ic.upc.es e-mail: barraco@mf.upc.es

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.5 Num.2 (junio 1998), páginas 76-72, recibido el 22 de septiembre de 1997 y aceptado para su publicación el 19 de junio de 1997. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

**DESARROLLO DEL MÉTODO**

**Modelo físico**

Partiendo de las ecuaciones características,  $h = f(q)$ , de los elementos presentes en la red, depósitos, conducciones, estaciones de bombeo, válvulas reguladoras, y de las leyes que rigen la estática de redes malladas, ley de continuidad y ley de balance energético, se establece el modelo de comportamiento estático de una red hidráulica genérica (Mataix, 1975; Soler, 1992; Streeter y Wylie, 1985).

**Característica de conducciones.**

Ecuación de Darcy-Weisbach para una conducción (entre los nodos  $i$  y  $j$ ):

$$h_f = f \frac{L}{12,1 \cdot D^5} \cdot q^2 = K_{ij} q^2 \quad (1)$$

donde el coeficiente de fricción viene definido por la ecuación de Swamee-Jain para valores de Reynolds  $70000 < Re < 10^8$

$$f = \frac{1,325}{\left( \ln \left( \frac{e}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right)^2} \quad (2)$$

**Característica de estaciones de bombeo.**

La ecuación característica de las estaciones de bombeo viene dada por la ecuación de segundo orden,

$$h_{sist.} = H_0 - K_b \cdot \left( \frac{q}{n} \right)^2 \quad (3)$$

donde los parámetros  $H_0$ , presión estática de las bombas, y  $K_b$ , coeficiente de pérdida interno, son intrínsecos al grupo de bombeo, y  $n$  indica el número de bombas presentes en la estación. La ecuación define a un sistema de bombeo en paralelo, el cual está capacitado para regular el caudal aportado en función del número de grupos de bombeo conectados.

**Característica de válvulas reguladoras de caudal.**

La ecuación característica de una válvula reguladora de caudal puede ser descrita como una función hiperbólica, de la siguiente forma:

$$h_{valv} = \frac{\xi}{\alpha^2} \cdot q^2 \quad (4)$$

donde  $\xi$ , es el parámetro de concavidad de la hipérbola y «el porcentaje de apertura».

**Ecuación característica generalizada.**

A partir de las ecuaciones básicas antes definidas, y mediante el empleo de la ley de continuidad, se puede establecer, para una línea genérica  $l'$ , la siguiente ecuación que define el caudal circulante por la línea:

$$q_{ij} = n \cdot \sqrt{\left( \frac{h_i + H_0 - h_j}{\left( K_{ij} + \frac{\xi}{\alpha^2} \right) \cdot n^2 + K_b} \right)} \quad (5)$$

Ecuación que denominaremos *Ecuación característica*

generalizada de un sistema hidráulico.

**Estática del sistema hidráulico.**

Un problema de transporte estático viene representado mediante un grafo cuyos nodos corresponden a puntos de salida o llegada de un determinado recurso y cuyos arcos representan flujos entre los diferentes nodos (Griño y Cembrano, 1991; Tabak y Kuo, 1971).

En los nodos se debe cumplir la ecuación básica de equilibrio nodal,

$$\sum_j q_{ij} + C_i = 0 \quad (6)$$

donde  $q_{ij}$  es el caudal circulante en la conducción entre  $i$  y  $j$ , y  $C_i$  es el consumo o aportación en el nodo  $i$ .

Teniendo en cuenta el conjunto de elementos que se puede dar cita en la línea, y aplicando la ley de conservación de la energía, obtenemos para el nodo  $i$

$$F_i = \sum_j n \cdot \sqrt{\left( \frac{h_i + H_0 - h_j}{\left( K_{ij} + \frac{\xi}{\alpha^2} \right) \cdot n^2 + K_b} \right)} + C_i = 0 \quad (7)$$

y en los arcos debe cumplirse la ley de balance energético entre nodo de salida y nodo de llegada

**Dinámica del sistema hidráulico**

La dinámica natural de una red hidráulica viene representada por el llenado y vaciado de los depósitos acumuladores de la red, de esta forma, a partir de la discretización de la ecuación diferencial de la variación de niveles de los depósitos se establece el modelo dinámico de la red, en el cual intervienen los estados de depósitos, la estructura de demanda temporal y los parámetros temporales de control.

Cuando se trata de problemas dinámicos, el grafo se complica al ponerse en juego una nueva dimensión, el tiempo. Por lo tanto se trata de interconectar las soluciones estáticas de una red hidráulica entre dos intervalos temporales contiguos  $k$  y  $k+1$ .

En el instante temporal  $k$ , son conocidos los siguientes datos:

1. Niveles o volúmenes de todos los depósitos  $h(i,K)$  en el instante inicial del periodo estático, donde  $i$  es el índice de depósito.
2. Valor de la demanda en todos los puntos de consumo de la red  $d(c,k)$ , donde  $c$  es el índice de los puntos de consumo.
3. Estado de los parámetros de control de las estaciones de bombeo  $u(b,k)$ , donde  $b$  es el índice de la estación de bombeo.
4. Estado de las válvulas presentes en la red  $v(v,k)$ , donde  $v$  es el índice de la válvula.

Conocidos los valores de los parámetros antes expuestos, se determina la solución estática de la red en el instante  $k$ . Dicha solución expondrá el conjunto de presiones en nodos no acumulativos y caudales circulantes por todas las líneas presentes en el sistema.

La dinámica de los depósitos está relacionada con la variación de nivel o variación del volumen de agua al-

macenado en un intervalo temporal considerado. La ecuación dinámica viene dada por la ecuación diferencial, para el depósito  $i$ :

$$dh(i,t) = \frac{q(i,t)}{Sup(i)} dt \quad (8)$$

donde  $q(i, t)$  es el valor del caudal neto en el depósito  $i$  de superficie  $Sup(i)$ :

$$q(i,t) = q_{in}(i,t) - q_{out}(i,t) \quad (9)$$

Discretizando la ecuación diferencial (8) mediante diferencias en retraso podemos establecer:

$$h(i,t) - h(i,t-1) = \frac{q(i,t)}{Sup(i)} \Delta t \quad (10)$$

De esta forma, conociendo el valor del caudal neto en el depósito, hallado a partir de la solución estática y los valores iniciales de los niveles o alturas piezométricas de los depósitos o nodos acumulativos, puede ser determinado el estado final de los depósitos, que servirá como condición inicial para determinar la solución estática del sistema para  $k = t + 1$ .

Para un sistema hidráulico con un horizonte temporal constituido por  $T$  intervalos temporales, esquemáticamente puede ser representado de la siguiente forma:

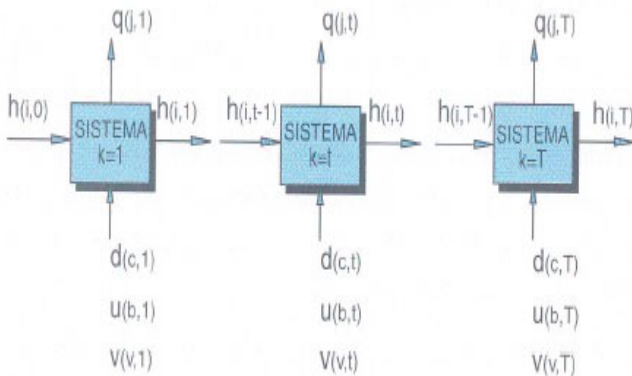


Figura 2. Representación gráfica de la dinámica de la red.

**Modelo matemático**

De los conjuntos de valores temporales de las variables de control posibles, uno y sólo uno será aquel que minimice el coste energético y cumpla el conjunto de condiciones de contorno impuestas a la red. Para determinar este conjunto, se debe plantear el sistema hidráulico como un problema de optimización matemática empleando la metodología de flujo en redes de transporte.

Un problema de transporte estático puede representarse a través de un grafo bidimensional, cuyos nodos se corresponden con los puntos de salida o llegada de un recurso y cuyos arcos representan el recurso transportado, donde cada arco puede tener un coste asociado, y cada nodo puede tener una demanda asociada.

La representación del problema de transporte dinámico como el de la red hidráulica objeto, se plasma en un grafo tridimensional formado por  $T$  capas iguales, correspondientes a los  $T$  periodos de muestreo derivados de la discretización temporal. Cada capa se corresponde con el grafo bidimensional del problema de transporte estático (esquema de la red hidráulica) y entre capas contiguas se establecen unos arcos que representan el estado del nodo (nivel del depósito) de donde sale para el instante de muestreo que representa la capa de salida. De esta forma, la red dinámica se convierte, mediante una extensión temporal, en una red estática.

Se plantea entonces un problema de optimización no lineal con restricciones (Ahuja et al, 1993; Gilí et al, 1981; Wismer y Chattergy, 1978), cuya función objetivo representa el coste de bombeo, siendo  $c^k$  el coste eléctrico y  $P^k$  la potencia consumida en la estación de bombeo  $j$  durante el periodo  $k$ , y cuyas restricciones representan la dinámica de la red (restricción dinámica), la estática de la red (restricción estática) y las restricciones sobre los elementos de la red (condiciones de contorno, condiciones iniciales y finales).

$$\min_{u^k(j), v^k(j)} F_{obj} = \sum_{k=0}^T \sum_{j=1}^{N_{bombas}} c^k \cdot P_j^k(u^k(j)) \cdot \Delta t \quad (11)$$

Sujeto a:

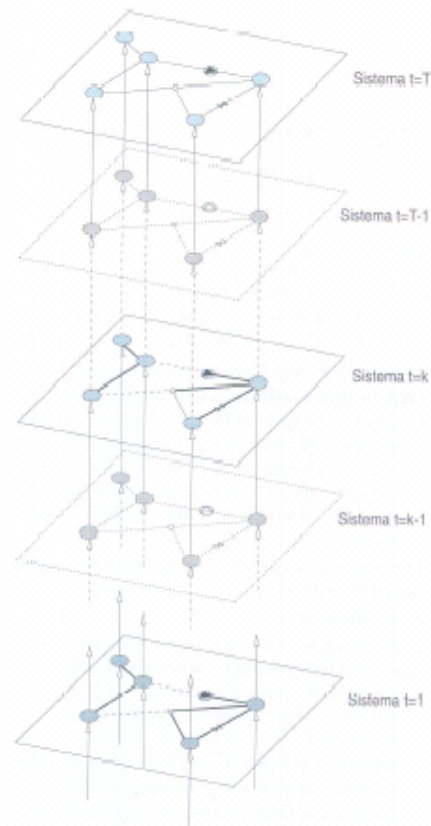


Figura 3. Comportamiento dinámico de la red expresado mediante la metodología propuesta.

Restricciones dinámicas en depósitos:

$$h^{k+1}(i) = h^k(i) - \sum_{j=1}^N \frac{q^k(i,j)}{Sup(i)} \cdot \Delta t - \frac{d^k(i)}{Sup(i)} \Delta t$$

$$k = 0, \dots, T-1;$$

$$i = 1, \dots, N_{\text{nodos}};$$

$$N = N_{\text{nodos}} + N_{\text{depósitos}}$$
(12)

Restricciones de continuidad en derivaciones:

$$\sum_{j=1}^N q^k(i,j) = 0$$

$$k = 0, \dots, T;$$

$$i = 1, \dots, N_{\text{nodos}};$$

$$N = N_{\text{nodos}} + N_{\text{depósitos}}$$
(13)

Restricciones de desigualdad en márgenes de acotación de las variables ( $h^k(i)$ ): nivel del depósito  $i$  en el periodo  $k$ ;  $u^k(j)$ : caudal de bombeo en la estación  $j$  en el periodo  $k$ ;  $v^k(j)$ : apertura de la válvula  $j$  en el periodo  $k$ : depósitos:

$$h_{\min}^k(i) \leq h^k(i) \leq h_{\max}^k(i)$$

$$i = 1, \dots, N_{\text{depósitos}}$$
(14)

estaciones de bombeo:

$$0 \leq u^k(j) \leq u_{\max}(j)$$

$$j = 1, \dots, N_{\text{bombas}}$$
(15)

válvulas reguladoras:

$$0 \leq v^k(j) \leq 1$$

$$j = 1, \dots, N_{\text{valvulas}}$$
(16)

El problema de optimización planteado se resuelve mediante el algoritmo de proyección de Lagrangianos aumentados desarrollado por Murtagh y Saunders (Murtagh y Saunders, 1982) incorporado en el paquete comercial MINOS 5.0 (Murtagh y Saunders, 1987), recurriendo a una posterior selección de la puesta en marcha de las bombas en las estaciones de bombeo mediante métodos combinatorios.

El procedimiento general de optimización del sistema hidráulico se divide, tal y como aparece en la *Figura 4*, en dos fases básicas:

1. *Optimización no lineal de las variables de estado y de control*, determinando las trayectorias temporales de los niveles de los depósitos que conducen a una solución óptima y cumplen el conjunto de restricciones planteadas. Las trayectorias se obtienen directamente de la solución del problema de optimización no lineal y toman sus valores sobre el campo real.
2. *Optimización de las variables de control*, en la que el proceso trata de seleccionar, en cada intervalo de tiempo, el conjunto de variables de control asociadas a las válvulas y estaciones de bombeo que conducen al sistema a las trayectorias de las variables de estado determinadas previamente. La estrategia de control de las válvulas se obtiene directamente de la solución del problema de optimización, mientras que la estrategia

de control de cada estación de bombeo de determina realizando una partición temporal binaria de cada intervalo y mediante un proceso de selección combinatorio se determina la estrategia óptima que conduce al sistema a la trayectoria de las variables de estado.

De esta forma, mediante un planteamiento de solución a dos niveles, se consigue una metodología de solución factible y eficiente desde el punto de vista de coste computacional ya que la primera etapa supone la solución del problema de optimización con unas herramientas adecuadas para grandes problemas, mientras que la segunda particulariza los resultados obtenidos para el caso de estaciones de bombeo dotadas de bombas de velocidad constante.

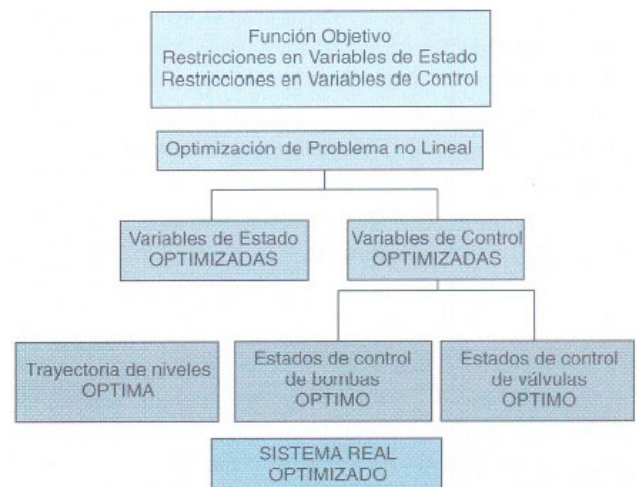
El método se ha codificado en lenguaje FORTRAN 77 (García Merayo, 1992) y se resuelve el problema de optimización no lineal mediante el paquete comercial MINOS 5.0. La ventaja que presenta este paquete es que permite hacer uso específico de la estructura dispersa de las matrices que aparecen en el tipo de problemas de transporte que nos ocupa.

### APLICACIÓN PRÁCTICA

La metodología de optimización comentada en los apartados anteriores se ha aplicado a la red de transporte hidráulico (véase *Figura 5*) desde la estación potabilizadora de Abrera a los municipios de Sabadell y Terrassa, para un horizonte temporal de 24 h. en vista a mantener una operación cíclica del sistema.

La topología de la red la clasifica dentro de las características de una red mixta la cual se compone de una parte mallada constituida por 2 mallas y una parte ramificada. La red parte de la potabilizadora de Abrera como fuente principal de suministro y se extiende por los municipios citados y está formada por:

- 1 punto de potabilización como fuente de recursos
- 7 puntos de acumulación formados por 20 depósitos



*Figura 4. Estructura de la optimización del sistema real*

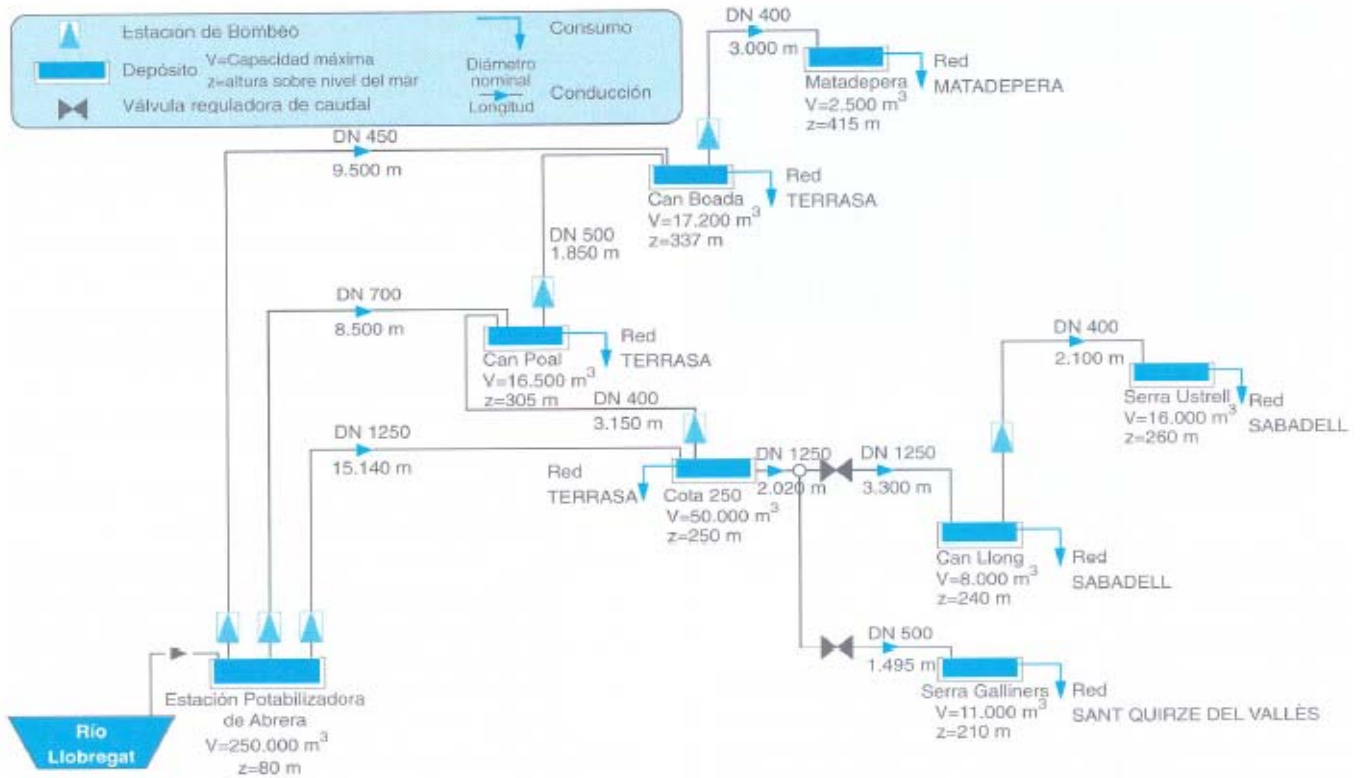


Figura 5. Esquema general del sistema de transporte (ATLL-MPAT-Algües de Sabadell).

- 9 conducciones
- 7 estaciones de bombeo
- 2 válvulas reguladoras de caudal

A cada elemento presente en la red se le asocia una variable representativa de su comportamiento dinámico para cada uno de los intervalos de muestreo que se toman. De esta forma, para una horizonte temporal de 24 horas dividido en 24 intervalos de 1 hora, se genera un problema de optimización de las siguientes características:

- 408 variables (192 de estado y 216 de control)
- función objetivo con 168 variables
- 192 restricciones activas (restricciones dinámicas)
- 408 restricciones inactivas (restricciones de desigualdad).

Una vez establecidas las condiciones iniciales de las variables de estado de la red, la estructura de tarifa eléctrica con discriminación horaria y la estructura de demanda temporal para cada uno de los depósitos presentes en la red se obtiene, después del proceso completo de optimización, la totalidad de resultados: trayectorias temporales de niveles de depósitos (variables de estado), estrategia de control de estaciones de bombeo y estrategia de control de válvulas reguladoras de caudal (variables de control). Se determina, asimismo, el coste global de la energía eléctrica consumida durante el horizonte temporal de 24 h.

A modo de ejemplo se muestran los resultados obtenidos para la estación de bombeo de Abrera a Can Boada

(Figura 8) y la trayectoria temporal de nivel del depósito de Can Boada (Figura 7), bajo una demanda tipo correspondiente a un día laborable (Figura 7).

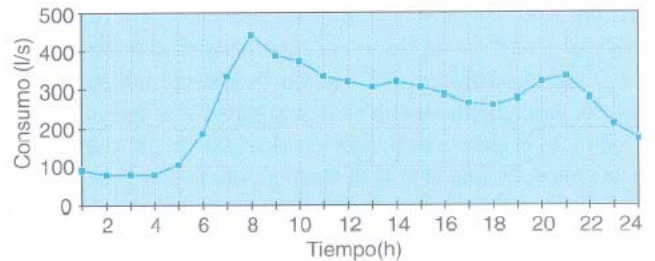


Figura 6. Evolución de la demanda en Can Boada.

Para cada una de las demandas tipo (día laborable, día festivo y día tipo sábado) se ha efectuado el proceso de optimización comparando con el coste en energía de la operación del sistema sin optimizar. De los resultados obtenidos se deduce una disminución notable del coste energético variable (término de energía) que alcanza un valor estimado del 23,6% respecto al del sistema sin optimizar.

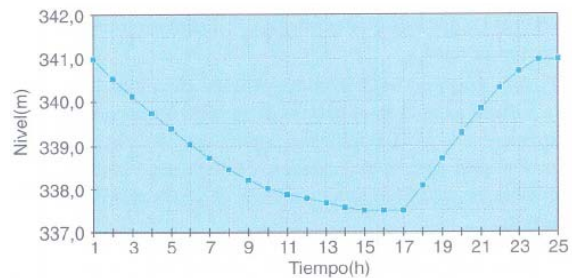


Figura 7. Evolución del nivel del depósito de Can Boada.

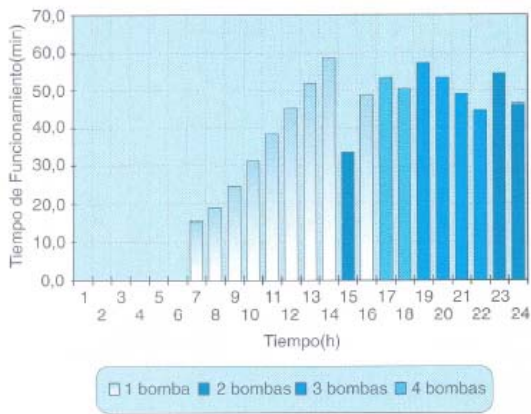


Figura 8. Evolución del control de bombas en la estación de bombeo Abrera-Can Boada.

CONCLUSIONES

La metodología desarrollada permite la optimización de estrategias de control de redes de distribución hidráulica, conservando la no linealidad del modelo de la red, y por consiguiente, obteniendo una mayor fiabilidad de los resultados. Asimismo el uso, en un primer paso, de un algoritmo de programación matemática para después, en un segundo paso, efectuar un postprocesado para obtener variables de control enteras para las estaciones de bombeo establece una alternativa a la optimización entera, la cual presenta un coste computacional muy elevado que la hace inaplicable en sistemas de dimensiones reales. Es importante destacar también que permite la incorporación de los nudos de la red al problema de optimización y fijar en un valor concreto para unos periodos de tiempo determinados algunas variables de control de la red, posibilidad esta muy interesante cuando se han de efectuar tareas de mantenimiento en alguna zona del sistema.

Desde el punto de vista de la implementación, el diseño y desarrollo de un software a medida que emplea como subprograma a un paquete de optimización no lineal de alta eficiencia permite ejecutar todo el conjunto en computadores de coste bajo incluso para redes como la tratada en el presente trabajo. Es necesario destacar que, mediante un incremento en la potencia de cálculo en coma flotante, el método podría ser utilizado para el control en línea de cualquier red de transporte y distribución de agua.

Finalmente, y en función de las pruebas efectuadas con la red que se trata en el trabajo, se puede afirmar que la aplicación de la metodología de optimización de la operación aquí desarrollada disminuye en un porcentaje notable el coste energético variable de la operación de la red.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a las entidades ATLL-MPAT-Aigües de Sabadell el suministro de los datos necesarios para llevar a cabo la aplicación práctica y su apoyo en la realización del presente trabajo. Asimismo, desean agradecer a los revisores anónimos de este trabajo sus valiosas sugerencias.

REFERENCIAS

Ahuja, R.K., Magnati, T.L. y Orlin, J.B. (1993). Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. Editorial Prentice-Hall.

García Merayo, F. (1992). Programación en Fortran 77. Editorial Paraninfo S.A.

Gill, P.E., Murray, W. Y Wright, M. (1981). Practical Optimizadon. Ed. Academic Press.

Griñó, R. y Cembrano, G. (1991). Optimización en línea de las estrategias de control de la red de distribución de agua abastecida por la SGAB mediante la metodología de flujo sobre redes. Informe Técnico ICDT-1991.02, Instituto de Cibernética, U.P.C., Barcelona.

Jowitt, P.W. y Xu, Ch. Ch. (1990). Optimal valve control in water distribution networks. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol. 116, núm. 4,ASCE.

Jowitt, P.W. y Germanopoulos, G. (1992). Optimal Pump scheduling in water-supply networks. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol. 118, núm. 4,ASCE.

Lansley, K.E. y Mays, L.W. (1989). Optimization model for water distribution system design. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 115, núm. 10.

Matais, C. (1975). Turbomáquinas hidráulicas. Ed. ICAI

Murtagh, B.A. y Saunders, M.A. (1982). A projected lagrangian algorithm and its implementation for sparse nonlinear constraints. Matemathical Programming Study nº 16, pag. 84-117. Technical Report SOL 80-1.

Murtagh, B.A. y Saunders, M.A. (1987). Minos 5.0 User's Guide. Systems Optimization Laboratory. Department of Operations Research. Stanford University. Technical Report SOL 83-20R.

Soler, M.A. (1992). Manual de Bombas. Publicación de la Asociación Española de fabricantes de bombas para fluidos.

Streeter, VL. y Wylie, B.E. (1985). Mecánica de los Fluidos. Octava edición. Editorial McGraw-Hill.

Tabak, D. y Kuo, B.C. (1971). Optimal Control by Mathematical Programming. Instrumentation and Control Series. Editorial Prentice-Hall.

Wismer, D.A. y Chattergy, R. (1978). Introduction to nonlinear Optimization. Editorial Nord-Holland.